ANNALS of the ORADEA UNIVERSITY.
Fascicle of Management and Technological Engineering

PRELUCRAREA ARBORILOR DE SECTIUNE ELIPTICA PRIN FREZARE SI RECTIFICARE CU SCULE ASCHIETOARE PE PARTEA CILINDRICA

Nicodim MURESAN, Ioan MIHAILA, Macedon GANEA, Anamaria MADURA
Universitatea din Oradea

Résume

Cet ouvrage comte une méthode de construction des arbres avec section elliptique. Des arbres cylindriques avec section d'une ellipse mathématique $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-1=0$ sont utilises pour un moteur hydraulique avec piston rotative. Particularités du calcul numérique sur les machines-outils avec commande numérique sont pressentes aussi dans cet ouvrage.

Arborii cu sectiune eliptica se folosesc la transmisii în cutii de viteza, folosind roti dintate baladoare, înlocuind cu succes arborii canelati folositi în transmisii, cu precadere, în prezent.

Avantajele arborilor de sectiune eliptica sunt pretul de cost mai mic si rezistenta la oboseala mult mai ridicata în comparatie cu arborii canelati.

Motorul hidraulic cu piston rotativ eliptic inventat în anul 1977 de ing. Muresan, foloseste un piston rotativ în forma de cilindru cu sectiunea transversala o elipsa de ecuatie:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-1=0 \tag{1}$$

unde: a, b sunt semiaxele elipsei.

Metoda prezentata în aceasta lucrare, foloseste posibilitatile unor masini-unelte cu comanda numerica (MU - CN) de a prelucra o piesa dupa un contur închis, prin pozitii succesive ale axului sculei aschietoare pe o anumita curba a carei ecuatii parametrice se vor determina în continuare (Fig.1).

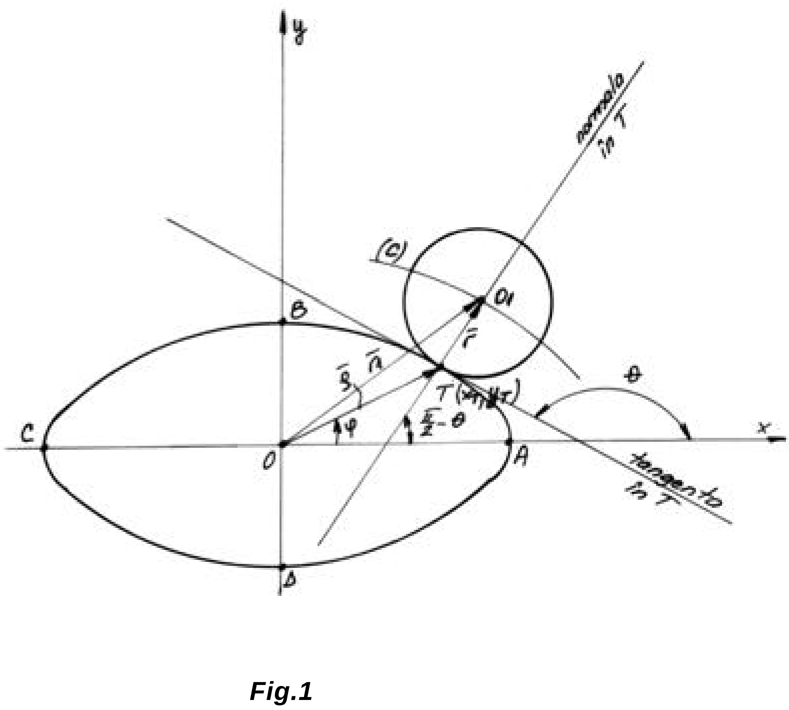

Fig.1

Determinarea pozitiei punctului O_1 al sculei aschietoare în functie de unghiul φ si θ.

Din (Fig.1) se obtine:

$$x_T = r \cdot \cos r$$
$$y_T = r \cdot \sin r \qquad (2)$$

Ecuatia vectoriala a curbei (C) a pozitiilor succesive ale centrului cercului, ce reprezinta scula aschietoare, este:

$$\overline{r}_{\wedge} = \overline{r} + \overline{r}$$
$$x_1\overline{i} + y_1\overline{j} = (r \cos j)\overline{i} + (r \sin j) + (r \sin q)\overline{i} + (r \cos q)\overline{j} \qquad (3)$$

rezultând relatiile de echivalenta (4)

$$x_1 = r \cdot \cos j + r \sin q$$
$$y_1 = r \cdot \sin j + r \cos q \qquad (4)$$

Ecuatia tangentei(Fig.1) în punctul T(x_T,y_T) este:

$$y - y_T = f'(x_T)(x - x_T) \qquad (5)$$

Din ecuatia elipsei se obtine forma explicita:

$$y = \frac{b}{a} \cdot \sqrt{a^2 - x^2} \qquad (6)$$

Prin derivare în raport cu x obtinem:

$$y' = \frac{b}{a} \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{a^2 - x^2}} = -\frac{b}{a} \cdot \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} \qquad (7)$$

Iar ecuatia tangentei în T (Fig.1) va fi:

$$y - y_T = -\frac{a}{b} \cdot \frac{x_T}{\sqrt{a^2 - x_T^2}} \cdot (x - x_T) \qquad (8)$$

Si ecuatia normalei în punctul T, devine:

$$y - y_T = \frac{a}{b} \cdot \frac{\sqrt{a^2 - x_T^2}}{x_T}(x - x_T) \qquad (9)$$

Din ecuatia tangentei în T (9) scrisa sub forma explicita (parametrica), adica:

$$y = -\frac{b}{a}\cdot\frac{x_T}{\sqrt{a^2 - x_T^2}}\cdot x + y_T + \frac{x_T^2 \cdot b}{a\sqrt{a^2 - x_T^2}} \tag{10}$$

Se obtine:

y = mx + n, unde

$$n = -\frac{b}{a}\cdot\frac{x_T}{\sqrt{a^2 - x_T^2}} = tg\, q \tag{11}$$

sau

$$q = arctg\left(-\frac{b}{a}\frac{x_T}{\sqrt{a^2 - x_T^2}}\right)$$

Din relatiile (2) obtinem:

$$tg\, j = \frac{y_T}{x_T}\ sau\ j = arctg\ \frac{y_T}{x_T} \tag{12}$$

Relatiile (5), care descriu curba (C) a pozitiilor centrului circular al sculei aschietoare, devin:

$$x = \sqrt{x_T^2 + y_T^2}\cdot\cos\left(arctg\ \frac{y_T}{x_T}\right) + r\cdot\sin\left[arctg\left(-\frac{b}{a}\cdot\frac{x_T}{\sqrt{a^2 - x_T^2}}\right)\right]$$

$$y = \sqrt{x_T^2 + y_T^2}\cdot\sin\left(arctg\ \frac{y_T}{x_T}\right) + r\cdot\cos\left[arctg\left(-\frac{b}{a}\cdot\frac{x_T}{\sqrt{a^2 - x_T^2}}\right)\right] \tag{13}$$

În relatiile de mai sus, succesivi sunt perechile de numere (x_T, y_T), care se obtin din relatiile de mai jos:

$$x_T \in [-a, a]$$

$$y_T \in [-b, b]$$

$$x_{Ti} \in \{-a, -a+e, -a+2e, \ldots, 0+e, 0+2e, \ldots, a-e, a\}$$

$$y_{Ti} = \pm\frac{b}{a}\cdot\sqrt{a^2 - x_T^2}$$

Unde pasii x_{Ti} sunt introdusi în relatia a II-a care ne va da valorile y_{Ti} aferente valorii x_{Ti}. Cu aceste grupe de valori $T_i(x_{Ti}, y_{Ti})$ se obtin pozitii succesive ale centrului cercului ce reprezinta scula aschietoare, pe o curba în jurul elipsei, adica curba (C).

Relatia (14) se verifica în punctele A, B, C si D;

În punctul A:

$x = a + r$

$y = 0$

În punctul B:

$x = 0$

$x = b + r$

În punctul C:

$x = -a – r$

$y = 0$

În punctul D:

$x = 0$

$y = -b – r$

Bibliografie

1. Ioan V. Mihaila - Tehnologia Constructiilor de Masini, vol. III, Ed. Imprimeriei de Vest, Oradea, 2001;
2. Musca, G. - Proiectarea asistata de calculator a tehnologiilor de prelucrare mecanica, Ed. Performatica, Iasi, 1996;
3. Herman, W. – Manufacturing and machine tool operations, United Statea of America, 1979.